

Aufgabe 1

Ein Kapitalbetrag soll sich bei einem Zinssatz von 4% p.a. verdreifachen.

Wie lange würde das dauern

- a) bei einfacher (linearer) Verzinsung
- b) bei exponentieller Verzinsung (mit Zinseszins)?

Aufgabe 2

Meier benötigt von einem Kreditgeber 10.000 € für 8 Jahre. Der Kredit soll am Ende der 8-Jahresfrist in einer Summe inklusive aller bis dahin entstandenen Zinsen bezahlt werden.

Welchen Betrag müsste er am Ende der Laufzeit inklusive Zinsen (Zinssatz 6% p.a.) zahlen, wenn er

- a) sich den Geldbetrag von einem Bekannten leiht, mit dem einfache Zinsrechnung (also ohne Zinseszinsen) vereinbart wurde oder
- b) sich das Geld über einen Bankkredit beschafft, wobei die Bank mit Zinseszins rechnet.

Aufgabe 3

Auszug aus den Emissionsbedingungen für Finanzierungsschätze des Bundes vom 01.08.2006:

„(1) Finanzierungsschätze werden in der Weise verzinst, dass der Erwerber beim Kauf einen geringeren Betrag einzahlt als er später bei der Einlösung am festliegenden Fälligkeitstag zurückerhält. Die Zinsen für die Zeit vom Tag der Zahlung des Kaufpreises bis zum Fälligkeitstag (ausschließlich) werden im Voraus vom Nennwert abgezogen. Die Abschlagsprozentsätze pro Jahr werden als Verkaufszinssätze bezeichnet; sie werden nach der Marktlage festgelegt.“

- a) Wie viel ist bei Kauf eines Finanzierungsschatzes im Nennwert von 800 EUR mit einer Laufzeit von 1 Jahr bei einem Verkaufszinssatz von 4,25% zu zahlen?
- b) Mit welchem Zinssatz verzinst sich das Kapital?

Aufgabe 4

In der Abschlussrechnung eines vierteljährlich abzuschließenden Kontokorrentkontos werden 1.440 „Sollzinsszahlen“ ausgewiesen. Der Sollzinssatz beträgt 12% p.a.

- a) Wie hoch war der durchschnittliche Sollsaldo im Verlaufe des Quartals?
- b) Wie viel Sollzinsen fallen an?
- c) Wie hoch ist der effektive Jahreszins des Kontokorrentkredits?

Aufgabe 5

Auf einem Festgeldkonto werden 20.000 € zu einem Zinssatz von 4% p.a. angelegt. Das Konto wird monatlich abgerechnet. Es ist vereinbart, dass die aufgelaufenen Zinsen dann dem Kapital zugeschlagen und im folgenden Monat mit verzinst werden, falls der Anleger keine anderslautende Weisung erteilt.

- a) Über welchen Betrag kann der Anleger nach 7 Monaten verfügen?
- b) Wie hoch ist der effektive Jahreszinssatz?

Aufgabe 6

Über welchen Betrag kann ein Sparer nach 10 Jahren verfügen, der zu Jahresbeginn 5.000 € auf einem Sparkonto anlegt. Der Zinssatz beträgt während der gesamten Laufzeit unverändert 2% p.a.

Aufgabe 7

Ein Sparkonto mit 4% p.a. Verzinsung wird eröffnet und genau 1 Jahr später wieder aufgelöst.

Über welchen Betrag kann der Sparer verfügen, wenn er einen Betrag von 10.000 €

- a) am 01.01. anlegt,
- b) am 01.07. anlegt,
- c) am 01.10. anlegt?

Hinweis: Sparkonten werden zum Ende eines jeden Kalenderjahres abgerechnet. Die Verzinsung beginnt mit dem Tag der Einzahlung.

Aufgabe 8

7.000 € werden für 8 Jahre mit Zinseszins zu 3% p.a. angelegt. Wie hoch ist der Endwert?

Aufgabe 9

Ein Kapital von 12.000 € wird mit Zinseszins verzinst. Der Zinssatz beträgt für die ersten drei Jahre 4% p.a., dann für weitere vier Jahre 6% p.a. und für die letzten fünf Jahre 6,5% p.a.

- a) Auf welchen Endwert wächst das Kapital an?
- b) Wie hat sich das Anfangskapital verzinst?

Aufgabe 10

Ein Aktienbestand wurde für 55.000 € erworben. Er erfährt die folgende Wertentwicklung:

Jahr 1: + 8%, Jahr 2: - 4%, Jahr 3: + 5%, Jahr 4: - 2%.

- a) Wie viel ist der Aktienbestand nach 4 Jahren wert?
- b) Welche Verzinsung wurde erreicht?

Aufgabe 11

Es wird am 01.01.2000 (= Planungszeitpunkt) beschlossen, jährlich 12.000 € auf ein Konto zu zahlen, wo das Geld bei 10% p.a. mit Zinseszins verzinst wird. Insgesamt sollen 20 Raten gezahlt werden.

Welcher Endwert wird in 20 Jahren (31.12.2019) erreicht sein und wie hoch ist der Barwert der geplanten Zahlungen,

- a) wenn die erste Rate ein Jahr nach dem Planungszeitpunkt,
- b) wenn die erste Rate unmittelbar im Planungszeitpunkt gezahlt wird?

Aufgabe 12

Zu Jahresbeginn werden 600.000 € in einem Auszahlplan angelegt. Das Guthaben wird dort mit 5,5% p.a (Zinsseszins) verzinst. Ein Jahr später beginnt die 10-jährige Auszahlphase, in der jeweils zu Jahresbeginn gleichhohe Raten an den Anleger gezahlt werden, bis das Kapital aufgebraucht ist.

Wie hoch ist die jährliche Ratenzahlung, die der Anleger empfängt?

Aufgabe 13

Welche gleichbleibende jährliche Sparrate muss man 20 Jahre lang zahlen, damit man bei Zinsseszinsen von 6% p.a. ein Jahr nach der letzten Zahlung über einen Betrag von 50.000 € verfügen kann?

Aufgabe 14

Ein Sparplan mit einer zehnjährigen Laufzeit soll monatlich gleichbleibend mit 300 € bespart werden. Insgesamt werden also 120 Raten gezahlt. Das Sparguthaben wird mit 2,00 % p.a. verzinst. Der Zinszuschlag erfolgt jeweils am Jahresende. Innerhalb des Jahres werden lineare Zinsen berechnet.

Frau Meier erbringt ihre erste Sparleistung zu Jahresbeginn 2008.

Herr Schulze startet einen Monat später.

Welchen Kontostand weist das Sparkonto am 01.01.2018 auf

- a) bei Frau Meier?
- b) bei Herrn Schulze?

Aufgabe 15

Ein Versicherungsvertrag sieht die Prämienzahlung in Höhe von 230 € zum Monatsersten vor.

Welcher Betrag wäre zu zahlen, wenn stattdessen der gesamte Jahresbeitrag zu Jahresbeginn gezahlt werden würde (Kalkulationszinssatz effektiv 5% p.a.).

LÖSUNGSHINWEISE

Lösung 1

a) $3 = 1 * (1 + 0,04 * n)$ $n = 50$ Zinsperioden

b) $3 = 1 * (1 + 0,04)^n$ $n = \frac{\log 3 - \log 1}{\log 1,04}$ $n = 28,01$ Verzinsungsperioden

Lösung 2

a) $K_8 = 10.000 * (1 + 0,06 * 8) = 14.800$

b) $K_8 = 10.000 * 1,06^8 = 15.938,48$

Lösung 3

a) $K_0 = 800 * (1 - 0,0425) = 766$

b) $766 * \left(1 + \frac{p}{100}\right) = 800$ $p = 4,44\%$

Lösung 4

a) $1.4440 = \frac{\text{Kapital} * 90}{100}$ Kapital = 1.600 = durchschnittlicher Sollsaldo

b) $\text{Zinsdivisor} = \frac{360}{12} = 30$ $\text{Zinsen} = \frac{\text{Zinszahl}}{\text{Zinsdivisor}} = \frac{1.440}{30} = 48$

oder : $\text{Zinsen} = 1.600 * 12\% * \frac{90}{360} = 48$

c) $1.600 * (1 + i_{\text{eff}}) = 1.600 * \left(1 + \frac{0,12}{4}\right)^4$ $i_{\text{eff}} = 0,1255$ $p_{\text{eff}} = 12,55\%$

Lösung 5

a) $K_m = 20.000 * \left(1 + \frac{0,04}{12}\right)^7 = 20.471,36$

b) $(1 + i_{\text{eff}}) = \left(1 + \frac{0,04}{12}\right)^{12}$ $i_{\text{eff}} = 0,0407$ $p_{\text{eff}} = 4,07\%$

Lösung 6

$K_{10} = 5.000 * (1 + 0,02)^{10} = 6.094,97$

Lösung 7

a) $K_n = 10.000 * 1,04 = 10.400$

b) $K_n = 10.000 * \left(1 + \frac{0,04}{2}\right)^2 = 10.404$

c) $K_n = 10.000 * \left(1 + 0,04 \frac{3}{12}\right) * \left(1 + 0,04 \frac{9}{12}\right) = 10.403$

Lösung 8

$7.000 * 1,03^8 = 8.867,39$

Lösung 9

a) $12.000 * 1,04^3 * 1,06^4 * 1,065^5 = 23.348,17$

b) $12.000 * q^{12} = 23.348,17$ $q = 1,057$ $p = 5,70\% \text{ p.a.}$

Lösung 10

a) $55.000 * 1,08 * 0,96 * 1,05 * 0,98 = 58.677,70$

b) $55.000 * \left(1 + \frac{p_{\text{eff}}}{100}\right)^4 = 58.766,70$ $p_{\text{eff}} = 1,63\%$

Lösung 11

a1) $\text{Endwert} = 12.000 * \frac{1,1^{20} - 1}{0,1} = 687.299,99$

a2) $\text{Barwert} = \frac{687.299,99}{1,1^{20}} = 12.000 * \frac{1,1^{20} - 1}{1,1^{20} * 0,1} = 102.162,76$

b1) $\text{Endwert} = 687.299,99 * 1,1 = 12.000 * \frac{1,1^{20} - 1}{0,1} * 1,1 = 756.029,99$

b2) $\text{Barwert} = \frac{756.029,99}{1,1^{20}} = 12.000 * \frac{1,1^{20} - 1}{1,1^{20} * 0,1} * 1,1 = 112.379,04$

Lösung 12

$\text{Annuität} = 600.000 * \frac{1,055^{10} * 0,055}{1,055^{10} - 1} = 79.600,66$

Lösung 13

$R = 50.000 * \frac{0,06}{(1,06^{20} - 1) * 1,06} = 1.282,29$

Lösung 14a)

Endwert der innerhalb eines Jahres erbrachten Sparleistungen am Jahresende
 $= 300 * \left(12 + \frac{12+1}{2} * 0,02\right) = 3.639$

Die 120 monatlich vorschüssigen Zahlungen von je 300 € können also ersetzt werden durch 10 jährlich nachschüssige Zahlungen in Höhe von je 3.639 €.

Endwert nach 10 Jahren $= 3.639 * \frac{1,02^{10} - 1}{0,02} = 39.846,03$

Lösung 14b)

Endwert der innerhalb eines Jahres erbrachten Sparleistungen am Jahresende
 $= 300 * \left(12 + \frac{12-1}{2} * 0,02\right) = 3.633$

Die 120 monatlich nachschüssigen Zahlungen von je 300 € können also ersetzt werden durch 10 jährlich nachschüssige Zahlungen in Höhe von je 3.633 €.

Endwert nach 10 Jahren $= 3.633 * \frac{1,02^{10} - 1}{0,02} = 39.780,34$

Lösung 15

Umrechnung des Jahreszinssatzes in den dazu konformen Monatszinssatz j_{12} :

$1,05 = (1 + j_{12})^{12}$ $j_{12} \approx 0,00407412378$ (in den Speicher des Taschenrechners nehmen!)

$K_0 = 230 * \frac{1,00407412378^{12} - 1}{1,00407412378^{12} * 0,00407412378} * 1,00407412378 = 2.699,23$