

Wertpapiere sind Urkunden, die ein privates Vermögensrecht in der Weise verbriefen, dass zu seiner Ausübung der Besitz an der Urkunde erforderlich ist.

Kapitalwertpapiere verbriefen langfristige Forderungen oder Teilhaberrechte. Sind diese Wertpapiere vertretbar (fungibel), bezeichnet man sie als Effekten.

Gläubigereffekten verbriefen Forderungsrechte, also:

- Anspruch auf Zinsen (Nutzungsentgelt für die befristete Kapitalüberlassung) und
- Rückzahlungsanspruch.

Für die Bewertung von Gläubigertiteln sind somit Zinsen/Verzinsungen fundamental. Halten Sie deshalb bitte Ihre finanzmathematischen Kenntnisse abrufbereit. Zur Auffrischung zunächst ein kleiner Prolog.

Zinsen = Nutzungsentgelt für (zeitlich befristete) Kapitalüberlassung.

Zinstermine (= Zinszuschlagtermin = Zinsverrechnungstermin) = Zeitpunkte, zu denen die Zinsen fällig werden.

Zinsperiode = Zeitraum zwischen zwei Zinszuschlagterminen.

Die Höhe der Zinsen hängt ab

- (1) vom vereinbarten Zinssatz,
- (2) von der Dauer der Kapitalüberlassung (Laufzeit),
- (3) von der Art der Zinsberechnung.

Der Zinssatz i (vom engl. interest) gibt an, wie viel Zinsen für eine überlassene Geldeinheit zu zahlen sind.

Übliche Schreibweisen: $i = 0,05$ oder $i = 5\%$.

In der Regel bezieht sich der angegebene Zinssatz auf die Zeitspanne eines Jahres, erkennbar am Zusatz „p.a.“ („pro anno“ oder „per annum“).

Die Größe p bezeichnet den Zinsfuß. Dieser gibt an, wie viel Zinsen für 100 überlassene Geldeinheiten zu zahlen sind.

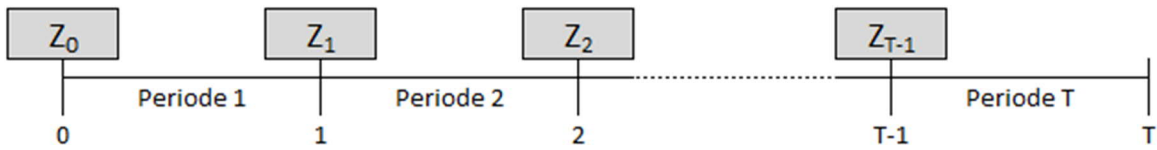
Somit gilt $i = p/100$ (z.B. $p=5 \rightarrow i = 5/100 = 0,05 = 5\%$).

K_0 bezeichnet im Fall einer Kapitalanlage den anfänglichen Stand des Kapitals, im Falle einer Kapitalaufnahme den anfänglichen Schuldenstand.

K_n bezeichnet den Stand des Kapitals bzw. der Schuld am Ende des betrachteten Zeitraums von n Perioden (Endwert).

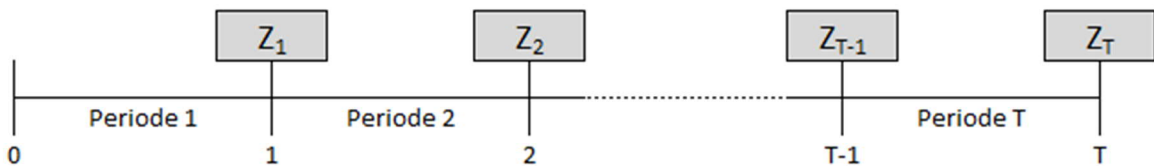
Vorschüssige Zahlungen:

Die Zahlungen Z_0, Z_1, \dots, Z_{T-1} erfolgen jeweils zu Beginn der Perioden 1, ..., T.



Nachschüssige Zahlungen:

Die Zahlungen Z_1, Z_2, \dots, Z_T erfolgen jeweils am Ende der Perioden 1, ..., T.



Verzinsungsmodelle	
Lineare (einfache) Verzinsung	Zinseszins (exponentielle Verzinsung)
Zinsen werden zeitanteilig verrechnet und erst am Ende der Laufzeit dem Kapitalzugeschlagen.	Zinsen werden nach jeder Zinsperiode dem Kapital hinzugefügt und tragen von da an selbst wieder Zinsen.
Innerhalb der Laufzeit existiert kein Zinszuschlagtermin.	Innerhalb der Laufzeit liegen ein oder mehrere Zinszuschlagtermine.

W1

Ein Kapital von 8.000 € ist innerhalb von drei Jahren auf 9.528,13 angewachsen. Wie hoch wird der Endwert nach weiteren 7 Jahren sein?

Wichtige Methoden bei unterjähriger zeitanteiliger Zinsberechnung

	30/360	act/360	act/act
Tages-/Jahreskonvention	Monat wird mit 30 Tagen, Jahr mit 360 Tagen angesetzt	Taggenaue kalendermäßige Auszahlung der Laufzeit, Jahr wird mit 360 Tagen angesetzt	Sowohl Laufzeit als auch Jahreslänge werden kalendermäßig taggenau ermittelt
Anwendung	Kreditmarkt	Geldmarkt, Floating Rate Notes	Kapitalmarkt
<u>W2</u> Zinsen auf 10 Mio. € für den Zeitraum vom 01.07.2019 (einschl.) bis 31.12.2019 (einschl.), Zinssatz = 2% p.a.			

W2

Es gelte ein Nominalzinssatz von 12% p.a. bei einem Anlagebetrag $K_0 = 100.000 \text{ €}$. Ermitteln Sie die lt. Tabelle gefragten Größen.

	Lineare Verzinsung	Exponentielle Verzinsung, Länge der Zinsperiode ...		
		1 Jahr	3 Monate	
			Relativer Periodenzinssatz	Konformer Periodenzinssatz
K_1				
K_{10}				
Effektiv erreichte Verzinsung				
nach 1 Jahr				
nach 10 Jahren				

W3

Prüfen Sie, ob die beiden folgenden Zahlungen bei einem Kalkulationszinssatz von 10% p.a. und exponentieller jährlicher Verzinsung äquivalent sind:

Zahlung A beträgt 100,00 € und ist heute (t_0) fällig. Zahlung B beträgt 146,41 € und ist in 4 Jahren (t_4) fällig.

Stichtag	Wert der Zahlung A	Wert der Zahlung B
t_0		
t_4		

Zwei Zahlungen K_0 und K_n (K_0 fällig im Zeitpunkt 0, K_n fällig im Abstand von n Zinsperioden bzgl. 0) heißen (unter Verwendung von Zinseszinsen und dem Periodenzinssatz i) äquivalent, wenn zwischen ihnen die Beziehung

$$K_n = K_0(1 + i)^n = K_0 q^n$$

besteht.

Ist n positiv (negativ), so liegt K_n zeitlich um n Zinsperioden später (früher) als K_0 .

Welcher Stichtag zum Vergleich gewählt wird, ist gleichgültig. Sind zwei zu unterschiedlichen Zeitpunkten fällige Zahlungen äquivalent bezüglich eines Zeitpunktes, so auch in Bezug auf jeden anderen Zeitpunkt:

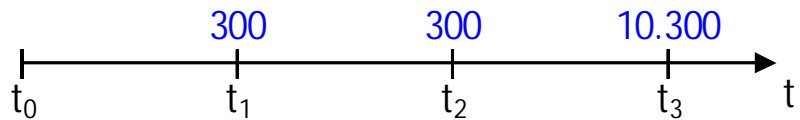
Stichtag	Wert der Zahlung A	Wert der Zahlung B
t_1		
t_2		
t_3		
t_{20}		
t_{-20}		

Zur Berechnung der Zeitwerte sind beliebige Umwege oder Stufen statthaft.

Zwei (oder mehr) zu unterschiedlichen Zeitpunkten fällige Zahlungen dürfen nur dann zu einem (zeitbezogenen) Gesamtwert zusammengefasst werden, wenn sie zuvor auf einen gemeinsamen Bezugstermin auf-/abgezinst wurden.

W4

Es werden die folgenden sicheren Einzahlungen bei einem Kalkulationszinssatz von 3,5% p.a. erwartet:



Wie hoch ist der Gesamtwert der Zahlungen bei unterschiedlichen Bezugsterminen?

Bezugstermine			
t_0	t_1	t_2	t_3

Wurde der Wert einer Zahlungsreihe, den sie zu einem bestimmten Zeitpunkt besitzt, ermittelt, lässt sich jeder andere Zeitwert dieser Zahlungsreihe durch einmaliges Auf-/Abzinsen dieses ermittelten Zeitwerts berechnen.

W5

Nachdem der Zeitwert der Zahlungsreihe durch Auf- oder Abzinsen der Einzahlungen auf denselben gewünschten Zeitpunkt ermittelt wurde, kann dieser mit dem Zeitwert anderer Zahlungen oder Zahlungsreihen verglichen werden, um diese auf Äquivalenz zu prüfen.

Annahme: Es handelt sich bei der dargestellten Zahlungsreihe um Einzahlungen, die wir im Austausch als Gegenleistung für einen heute (in t_0) auszahlenden Betrag in Höhe von 9.800 € erhalten werden. Prüfen Sie Leistung und Gegenleistung auf Äquivalenz.

	t_0	t_1	t_2	t_3
Wert der Leistung				
Wert der Gegenleistung				
Differenz				
Wertverhältnis				

Sind Zahlungen zu einem Stichtag nicht äquivalent, sind sie es auch nicht zu beliebigen anderen Stichtagen.

Die Differenz zwischen nicht äquivalenten Zahlungen an einem Stichtag kann auch direkt ermittelt werden, indem die bereits ermittelte Differenz eines anderen Stichtages auf- bzw. abgezinst wird. Die nicht äquivalenten Leistungen haben zu jedem Stichtag dasselbe Wertverhältnis.

W6

Unter welchen Bedingungen sind Leistung und Gegenleistung bei exponentieller Verzinsung äquivalent?

Leistung in t_0	Spätere Gegenleistung	Laufzeit	Kalkulationszinssatz
94.000,00 €		10 Jahre	2,00 % p.a.
	100.000,00 €	10 Jahre	2,00% p.a.
94.000,00 €	100.000,00 €		2,00% p.a.
94.000,00 €	100.000,00 €	10 Jahre	

W7

Ein Gläubiger und sein Schuldner haben sich auf einen Zinssatz von 8% p.a. bei exponentieller Verzinsung geeinigt. Im Ergebnis dieser Vereinbarung müsste der Schuldner entweder in drei Jahren (in t_3) einen Betrag von 10.000 € zahlen oder eine der folgenden Verpflichtungen zu erfüllen, um das gewährte Darlehen zu tilgen sowie die aufgelaufenen Zinsen zu zahlen:

- a) eine einmalige Zahlung heute (t_0)
- b) eine einmalige Zahlung in t_5 (5 Jahren ab heute)
- c) fünf jährliche gleichhohe Zahlungen, erste Rate in einem Jahr (in t_1)
- d) fünf gleichhohe jährliche Zahlungen, erste Rate sofort (in t_0).

Wie hoch müssten die Zahlungen bei den genannten Varianten jeweils sein?

W8

	Leistung	Gegenleistung		
Zeitpunkt	t_0	t_1	t_2	t_3
Betrag	9.800 €	300 €	300 €	10.300 €

- a) Welcher Kalkulationszinssatz lässt Leistung und Gegenleistung äquivalent werden?
- b) Um welchen einheitlichen Betrag müsste jede der künftigen Zahlungen reduziert werden, damit Leistung und Gegenleistung bei einem Zinssatz von 3,5% gleichwertig sind?

Zu beachtende Prämissen des Äquivalenzprinzips der Finanzmathematik:¹

„Jeder verfügbare Kapitalbetrag wird - wenn erforderlich, beliebig lange – zum Kalkulationszinsfuß angelegt. Jeder zukünftig fällige Kapitalbetrag kann zu jedem früher gelegenen Zeitpunkt als Kredit in Höhe seines finanzmathematischen Barwerts aufgenommen werden. Dabei müssen Anlagezinssatz (Habenzinssatz) und Aufnahmezinssatz (Sollzinssatz) stets identisch sein. Werden nur aufgezinsten Endwerte verwendet, ist diese Prämisse entbehrlich ...

Die Höhe des verwendeten Auf-/Abzinsungs-Zinssatzes (Kalkulations-zinssatzes) hängt nicht von der Laufzeit oder Kapitalhöhe ab.

Auf-/Abzinsungsprozesse können beliebig weit in Zukunft oder Vergangenheit erfolgen.

Auf-/Abzinsungsprozesse erfolgen mit Hilfe der (reinen) exponentiellen Verzinsung ...“

¹ Tietze, Jürgen: Einführung in die Finanzmathematik, Wiesbaden 2015, S. 70

W9

9.700 € sollen in ein nicht abnutzbares Anlagegut investiert werden.

Zur Auswahl stehen die beiden folgenden Alternativen, repräsentiert durch ihre künftigen Zahlungsüberschüsse, welche jeweils am Jahresende zufließen (erstmal genau ein Jahr nach Investitionsbeginn):

Jahr	A	B
1	300 €	3.520 €
2	300 €	3.520 €
3	10.300 €	3.520 €

a) Beurteilen Sie die Vorteilhaftigkeit anhand folgender Kennziffern:

	A	B
Rentabilität (statische Investitionsrechnung)		
Kapitalwert bei einem Kalkulationszinssatz von 3,25%		
Effektive Verzinsung, ermittelt mit Hilfe der Methode des internen Zinsfußes		
Effektive Verzinsung bei Wiederanlage freigesetzter Beträge zum Zinssatz von 3,25%		
Annuität bei einem Kalkulationszinssatz von 3,25%		

b) Welche Gemeinsamkeiten und welche Unterschiede der angewandten Methoden lassen sich festhalten?

c) Bei welchem Wiederanlagezinssatz würde bei beiden Alternativen die gleiche Verzinsung des ursprünglich investierten Kapitals erreicht?

W9

Frau Sorgsam und Herr Lustig wollen jeweils 100.000 Euro in ein Anlageobjekt mit 4 Jahren Laufzeit investieren. Sie können dabei zwischen zwei Investitionsalternativen wählen. Die folgenden Einzahlungsüberschüsse (in Euro) werden für den Investitionszeitraum prognostiziert:

	Jahr 1	Jahr 2	Jahr 3	Jahr 4
Investitionsobjekt X	32.000	18.000	28.000	45.000
Investitionsobjekt Y	69.000	28.000	7.000	10.000

Außerdem ist bekannt:

- Die Rendite des Investitionsobjekts X, ermittelt mit Hilfe der Methode des internen Zinsfußes, beträgt 8,15 % p.a.
- Für die Folgejahre ist damit zu rechnen, dass Geldanlagen (unabhängig von Betrag und Laufzeit) zu durchschnittlich 6% p.a. möglich sein werden.

Frau Sorgsam möchte in vier Jahren die Errichtung einer repräsentativen und entsprechend kostenintensiven Familiengruft beauftragen. Sie wird deshalb sämtliche Geldbeträge, die sie zwischenzeitlich aus dem Investitionsobjekt erhält, bis zum Ende des Vierjahreszeitraums wieder investieren.

Herr Lustig hingegen ist ein Genussmensch, der zudem im permanenten Generationenkonflikt mit den aus seiner Sicht missratenen, äußerst raffgierigen und geizigen Nachkommen lebt. Er hat deshalb den unumstößlichen Vorsatz gefasst, die Erbmasse systematisch zu verringern, indem er jeden Cent, der ihm aus seiner Investition zufließt, unmittelbar nach Erhalt spendet, verschenkt oder im Freundeskreis verprasst.

Bei aller Unterschiedlichkeit im Investitionsmotiv besteht zwischen Frau Sorgsam und Herrn Lustig eine Gemeinsamkeit. Beide wollen sich für das Investitionsobjekt entscheiden, das ihnen die jeweils höchste Rendite erbringt.

Für welches Investitionsobjekt sollte sich Frau Sorgsam, für welches sollte sich Herr Lustig entscheiden?

Begründen Sie Ihre Empfehlung mit Hilfe dynamischer Verfahren der Investitionsrechnung.

Beziffern Sie dabei auch konkret die Rendite (in % p.a.), die die Beiden mit der für sie optimalen Investitionsentscheidung jeweils erzielen können.

Mantel eines verzinslichen Wertpapiers



Bogen mit Kupons (Zinsscheinen)



Einzelner Zinsschein



E1.2.1-1

Folgendes Wertpapier wird an der Börse angeboten:

10.000 € 8% Schuldverschreibung, 01.10. gjz., +01.10.,
endfällig am 01.10.2022, Rückzahlung zu pari. Erwerbskurs 95

E1.2.1-1.1 Welche Ausstattungsmerkmale verbergen sich hinter diesen Angaben?

E1.2.1-1.2 Wie hoch ist der Kurswert („clean price“)?

E1.2.1-1.3 Wie hoch ist die laufende Verzinsung?

E1.2.1-1.4 Welche (statische) Rentabilität wird erreicht, wenn die Schuldverschreibung genau drei Jahre vor Fälligkeit erworben und bis zur Fälligkeit gehalten wird? (Ohne Berücksichtigung der Erwerbsnebenkosten.)

E1.2.1-1.5 Am Dienstag, 12.02.2019 erteilt ein Investor seinem Kreditinstitut die Order zum Kauf der o.g. Schuldverschreibung.

Die Order wird am gleichen Tag zum Kurs von 95 über die Börse ausgeführt.

Gemäß Preisaushang beträgt die Provision des Kreditinstituts 0,5% vom Kurswert, mindestens vom Nennwert, mindestens aber 25 €. Außerdem fällt eine Maklercourtage in Höhe von 0,075% vom Nennwert an, die durch das Kreditinstitut an den Käufer weitergeleitet wird. Zinsberechnung act/act.

- a. Wie hoch ist der ausmachende Betrag („dirty price“)?
- b. Mit welchem Betrag wird das Konto des Käufers belastet?
- c. Welcher Betrag wird dem Verkäufer gutgeschrieben?
- d. Welche (statische) Rentabilität erreicht der Käufer, wenn er die Schuldverschreibung bis zur Fälligkeit hält? (Ohne Berücksichtigung der Erwerbsnebenkosten.)

E1.2.1-1.6 Wie hoch wäre die Rendite (= finanzmathematische Effektivverzinsung), ermittelt mit Hilfe der Methode des internen Zinsfußes (= IRR = Internal Rate of Return), wenn die Schuldverschreibung genau 3 Jahre vor Fälligkeit erworben würde?

Prüfen Sie die Richtigkeit Ihrer Lösung, indem Sie einen Tilgungsplan aufstellen.

Aus diesem muss hervorgehen, dass sowohl die Zinsbeträge, die sich aus dem Effektivzinssatz ergeben, als auch die Rückzahlung des investierten Betrages durch die künftigen Zahlungen aus der Schuldverschreibung abgedeckt sind.

E1.2.1-1.7 Welche Rendite (finanzmathematische Effektivverzinsung) würde ein Investor erzielen, der diese Schuldverschreibung genau 3 Jahre vor Fälligkeit erwirbt und die zwischenzeitlich zufließenden Geldbeträge bis zur Fälligkeit ...

- a. ... zum ermittelten Effektivzinssatz wieder anlegen kann,
- b. ... zu 8% p.a. wieder anlegen kann?

E1.2.1-1.8 Wie hoch ist die IRR für den Fall, dass die Schuldverschreibung am 12.02.2019 erworben und bis zur Fälligkeit am 01.10.2022 gehalten wird?
(Erwerbsnebenkosten sind nicht zu berücksichtigen.)

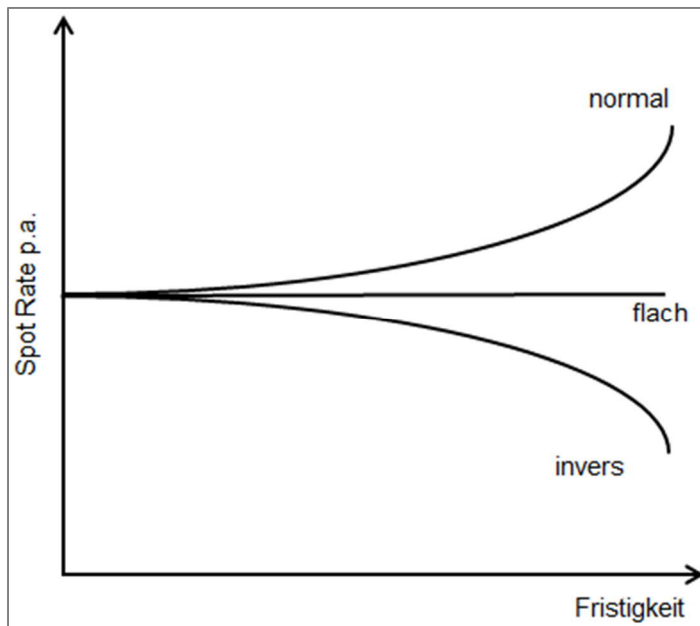
E1.2.1-2

Sonderfall: Null-Kupon-Anleihen („Zerobonds“).

Welche Rendite weist ein Zerobond auf, der bei einer Restlaufzeit von 5 Jahren zum Kurs von 75 gehandelt wird?

Bei der Berechnung des Kapitalwerts und des internen Zinsfußes werden künftige Zahlungen über unterschiedliche Laufzeiten mit einem gleichbleibenden Zinssatz abgezinst. Ebenso wird für den Fall der Wiederanlage zwischenzeitlich zufließender Beträge unterstellt, dass diese für unterschiedlich lange Restlaufzeiten zu einem laufzeitunabhängigen Zinssatz wieder angelegt werden (bei der Kapitalwertmethode zum Kalkulationszinssatz, bei der internen Zinsfußmethode zum internen Zinssatz).

Für unterschiedliche Fristigkeiten existieren jedoch am Markt i.d.R. unterschiedliche Zinssätze. Dies kann durch eine Zinsstrukturkurve dargestellt werden.



Zinsstrukturkurven

Bei Spot Rates handelt es sich um aktuell geltende Zinssätze, zu denen gegenwärtig Kapital mit unterschiedlicher Fristigkeit angelegt bzw. aufgenommen werden kann (also nicht um die Prognose künftig zu erwartender Zinssätze!).

Die klassischen dynamischen Barwertverfahren gehen somit stillschweigend von einem Sonderfall aus, nämlich von einer flachen Zinsstrukturkurve. Ihre Ergebnisse können deshalb zu Fehlbewertungen führen, wenn im Entscheidungszeitpunkt tatsächlich eine normale oder inverse Zinsstruktur vorliegt.

E1.2.2-1

Ein Kapital von 10.000 erreicht nach drei Jahren Laufzeit einen Endwert 11.346,27 €.

- Welche Rendite (finanzmathematische effektive jährliche Verzinsung) wurde erreicht?
- Wie müsste sich der Wert des Investment im Zeitverlauf entwickeln, wenn die ermittelte Rendite zugrundegelegt wird?
- Angenommen, die tatsächliche Wertentwicklung gestaltet sich so:
Wert in einem Jahr = 10.200 €, in 2 Jahren 10.506 € und in 3 Jahren 11.346,27 €.
Welche Zinssätze galten in den einzelnen Jahren und welche Verzinsung war nach 1, 2 und 3 Jahren erreicht?

Um den tatsächlichen Gegebenheiten zu entsprechen, muss laufzeitabhängig mit ggf. unterschiedlichen, periodengerechten Zinssätzen diskontiert werden!

Beispiel: E1.2.2-2

Eine endfällige Anleihe mit einem festen Kupon von 10% und einer Restlaufzeit von 3 Jahren wird gehandelt, wenn eine Geldanlage für ein Jahr zu 10% p.a., für zwei Jahre zu 11% p.a. und für 3 Jahre zu 12% p.a. möglich wäre.

- a) Welchen Preis halten Sie unter diesen Bedingungen für gerechtfertigt?
- b) Welche effektive Verzinsung des investierten Kapitals würden Sie erreichen, wenn Sie diesen Preis zahlen? Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit der Spot Rate, die für eine Fristigkeit von 3 Jahren gilt.

Für die Ermittlung der Zinsstruktur ist zunächst zu entscheiden, welches Verzinsungsmaß auf der Ordinate der Zinsstrukturkurve anzusetzen ist. Davon hängt ab, wie die Spot Rates ermittelt werden.

Beobachtete Marktzinsen für einen bestimmten Laufzeitbereich kann man unterscheiden in

- Effektivrenditen von Kuponanleihen („Umlaufrenditen“),
- Effektivrenditen von Zerobonds,
- Forward Rates.

E1.2.2-3

Am Kapitalmarkt werden die folgenden gesamtälligen Rentenpapiere mit festem Kupon beobachtet, die jeweils zum Kurs von 100 gehandelt werden:

	Kupon	Restlaufzeit	Rendite
Anleihe A	6%	1 Jahr	% p.a.
Anleihe B	7%	2 Jahre	% p.a.
Anleihe C	8%	3 Jahre	% p.a.

- a) Welche Renditestrukturkurve, basierend auf den „Umlaufrenditen“, ergibt sich hieraus?
- b) Welche Möglichkeiten zur Wiederanlage der Kuponzahlungen müssen gegeben sein, damit die errechneten Umlaufrenditen tatsächlich erreicht werden?

Effektivrenditen von Kuponanleihen weisen bezüglich der Laufzeit einen erheblichen Mangel auf, weil Zahlungen nicht nur am Laufzeitende, sondern auch zu jedem Kupontermin erfolgen.

Zerobonds liefern demgegenüber nur in einem Zeitpunkt eine Einzahlung für den Käufer und weisen deshalb eine eindeutige laufzeitabhängige Verzinsung auf.

E1.2.2-4

Es existieren die folgenden Zerobonds:

Kurs	Restlaufzeit	Spot Rates
94,3396	1 Jahr	
87,2863	2 Jahre	
79,1387	3 Jahre	

Ermitteln Sie aus diesen Zerobonds die aktuellen Spot Rates.

Spotrates sind Zerozinssätze, die genau für den Zeitraum von heute bis zum Ende der jeweiligen Laufzeit verlangt werden.

Hieraus resultiert die Zinsstrukturkurve.

Falls am Kapitalmarkt nicht genügend viele Zerobonds mit unterschiedlichen Laufzeiten existieren, kann die Zinsstruktur auch aus den Zahlungsreihen von Kuponanleihen ermittelt werden.

E1.2.2-5

Wie lässt sich die Zinsstruktur aus den in E1.2.2-3 gegebenen Kuponanleihen ableiten?

E.1.2.2-6

Zeitgleich mit den Anleihen aus E1.2.2-3 werden die endfälligen Kuponanleihen D (9%-Kupon) und E (12%-Kupon) mit einer Restlaufzeit von jeweils 3 Jahren gehandelt. Beide weisen eine Rendite von 9% p.a. aus.

Welche der beiden Anleihen ist zu bevorzugen?

E1.2.2-7

Welche Wiederanlagezinssätze stecken in dieser Zinsstruktur?

Zu welchem Zinssatz müsste ein Kapitalbetrag in einem Jahr für ein weiteres Jahr angelegt werden, damit sich der gleiche Ertrag ergibt, als wenn das ursprüngliche Kapital sofort für zwei Jahre angelegt worden wäre? Es handelt sich hierbei um die implizite Forward Rate.

Forward Rates sind heute geltende Zinssätze für Laufzeiten, die erst in der Zukunft beginnen (also keine Prognosen über die Zinsentwicklung!)

Sie lassen sich mittels entsprechender vertraglicher Vereinbarungen im Rahmen von Forward Rate Agreements (FRA) fixieren –dazu später mehr.

Ermitteln Sie auf Basis der Angaben und Ergebnisse aus den Aufgaben E1.2.2-3 bis E1.2.2-5 die impliziten Forward Rates.

E1.2.2-8

Welche Rendite wird erreicht, wenn beim Erwerb der Anleihe C aus E1.2.2-3 die zufließenden Beträge bis zur Fälligkeit der Anleihe entweder zu IRR oder zu den einjährigen Forward Rates wieder angelegt werden?

E 1.2.2-9

Zum gleichen Zeitpunkt, in der die in Aufgabe E1.2.2-3 aufgeführten Anleihen gehandelt werden, wird eine endfällige Kuponanleihe mit einer Restlaufzeit von drei Jahren und einem Kupon von 6% zu einem Kurs von 94,845 notiert.

Ist diese Anleihe über- oder unterbewertet?

Kurztest

Aufgabe 1

Folgende Spot Rates sind gegeben:

1 Jahr: 3,00%; 2 Jahre: 3,50%; 3 Jahre: 4,00%; 4 Jahre: 4,50 %; 5 Jahre: 5,00%.

- a) Bestimmen Sie den theoretisch richtigen Preis der folgenden Kuponanleihe:
fester 5%-Kupon; Restlaufzeit 5 Jahre; Tilgung endfällig zu pari.
- b) Leiten Sie die impliziten 1-Jahres-Forward Rates ab.

Aufgabe 2

Bei einer einjährigen Spot Rate von 3 % sind die folgenden einjährigen Forward Rates gegeben:

Laufzeitbeginn in 1 Jahr: 3,75%, beginnend in 2 Jahre: 4,25%; beginnend in 3 Jahren: 5,50%;
beginnend in 4 Jahren: 6,76%.

- a) Ermitteln Sie den theoretisch richtigen Preis einer Kuponanleihe, fester 3%-Kupon,
Restlaufzeit 5 Jahre, endfällig, Tilgung zu pari.
- b) Welcher Endwert kann der Käufer von nominal 100.000 € dieser Anleihe erreichen, wenn er
sich die genannten Forward Rates im Zeitpunkt des Anleiheerwerbs sichert?
- c) Welche effektive Verzinsung kann er so erreichen?

Aufgabe 3

Welche effektive Verzinsung kann der Käufer der Anleihe aus Aufgabe 1 über die Restlaufzeit
erreichen, wenn er sich im Zeitpunkt des Erwerbs zugleich auch die die Wiederanlage zu einjährigen
Forward Rates sichert?

E1.2.3-1

Eine Anleihe mit einem festen Kupon von 10% und einer Restlaufzeit von 10 Jahren notiert bei einem Marktzins von 10% mit einem Kurs von 100.

- a) Wie verändert sich der Kurs der Anleihe, wenn sich das Zinsniveau um 1 Basispunkt erhöht?
(1 Basispunkt = 1/100 Prozentpunkt)
- b) Wie hoch ist die Zinselastizität der Anleihe?

E1.2.3-2

Eine Anleihe ist mit einem festen Kupon von 8% ausgestattet. Die Restlaufzeit beträgt 10 Jahre, der Marktzins 10%.

- a) Bestimmen Sie die Sensitivität der Anleihe.
- b) Bestimmen Sie die Zinselastizität der Anleihe.

E1.2.3-3

Es wird eine Anleihe mit einem festen Kupon von 8% bei einer Restlaufzeit von 10 Jahren erworben. Der Marktzins beträgt im Zeitpunkt des Erwerbs 8,5%. Es liegt eine flache Zinsstrukturkurve vor.

- a) Wie hoch ist der Kurswert im Zeitpunkt des Erwerbs und welchen Endwert erreicht der Investor, wenn er die ihm zufließenden Beträge bis zum Ende des Anlagezeitraums zum Marktzinssatz wieder anlegt?
- b) Wie verändern sich Barwert und Endwert der Investition in die Anleihe, wenn sich der Marktzins auf 12% erhöht oder auf 5% verringert?

E1.2.3-4

Eine Anleihe mit einem festen Kupon von 8% wird bei einer Restlaufzeit von 5 Jahren erworben. Der Marktzins beträgt im Zeitpunkt des Erwerbs 8,5% bei einer flachen Zinsstrukturkurve. Der Investor reinvestiert die ihm aus der Anleihe zufließenden Beträge zum Marktzins.

- a) Wie entwickelt sich der Wert der Investition im Zeitablauf bei unverändertem Marktzinsniveau?
- b) Wie verändert sich der Wert der Investition im Zeitablauf, wenn der Marktzins unmittelbar nach Erwerb auf 12% steigt?
- c) Wie verändert sich der Wert der Investition im Zeitablauf, wenn der Marktzins unmittelbar nach Erwerb auf 5% fällt?

Wert der Investition im jeweiligen Zeitpunkt bei unterschiedlichen Marktzinssätzen:

	bei Investition	nach 1 Jahr	nach 2 Jahren	nach 3 Jahren	nach 4 Jahren	nach 5 Jahren
bei Marktzins 8,5%						
bei Marktzins 12%						
bei Marktzins 5%						

- d) Wie lange müsste der Investor die Anleihe mindestens halten, damit er die beim Erwerb ursprünglich angestrebte Rendite erzielt?

E1.2.3-5

Der Planungshorizont eines Investors beträgt 5 Jahre. Am Markt ist jedoch keine Anleihe mit der diesem Zeitraum entsprechenden Duration vorhanden.

Verfügbar sind die beiden folgenden Anleihen:

- Anleihe A: Restlaufzeit bis zur endfälligen Tilgung 2 Jahre, fester Jahreskupon 8%, Laufzeitrendite 8%,
- Anleihe B: Restlaufzeit bis zur endfälligen Tilgung 10 Jahre, fester Jahreskupon 10%, Laufzeitrendite 8%.

Wie muss der Investor sein Portfolio zusammensetzen, wenn er es gegen das Zinsänderungsrisiko immunisieren will?

(Unterstellen Sie eine flache Zinsstrukturkurve).

Kurztest 02

Eine endfällige Anleihe (Tilgung zu pari in genau 10 Jahren) mit einem Nominalzinssatz von 6% p.a. und jährlicher Zinszahlung wird bei einem Marktzins von 6,50% erworben. Es sei eine flache Zinsstrukturkurve gegeben.

Fall 1:

Unmittelbar nach Erwerb fällt der Marktzins auf 5%.

- a) Welche Rendite (finanzmathematische Effektivverzinsung) erzielt der Investor, wenn er die Anleihe bis zur Fälligkeit hält?
- b) Wie lange dürfte der Investor die Anleihe höchstens halten, wenn er die beim Erwerb ursprünglich angestrebte Rendite erzielen will?

Fall 2:

Unmittelbar nach Erwerb steigt der Marktzins auf 8%.

- a) Welche Rendite (finanzmathematische Effektivverzinsung) erzielt der Investor, wenn er die Anleihe bis zur Fälligkeit hält?
- b) Wie lange müsste der Investor die Anleihe mindestens halten, damit er die beim Erwerb ursprünglich angestrebte Rendite erzielen kann?

E1.2.3-6

Sensitivitätsanalyse

(Welche Faktoren wirken sich wie auf den Marktpreis einer Anleihe aus?)

Eine Anleihe weist folgende Ausstattung auf (Ausgangssituation):

Laufzeit	10 Jahre
Fester Kupon	10%
Tilgung	endfällig zu pari

a) Wie reagiert der Kurswert auf Änderungen des Marktzinses?

	Marktzins		
	10%	12%	8%
Kurs			
Kursänderung			

b) Wie wirkt sich die Restlaufzeit auf die Stärke des Kursänderungseffekts aus?

Marktzins 12%	Restlaufzeit		
	10 Jahre	15 Jahre	5 Jahre
Kurs			
Differenz zum Tilgungsbetrag			

c) Welchen Einfluss hat die Kuponhöhe auf die Stärke der Kursänderung?

Der Kupon betrage 11%, der Marktzinssatz liege 2%-Punkte darüber (also 13%).

Welcher Kurswert kommt zustande?

Vergleichen Sie das Ergebnis mit der Situation, als sich bei einem Kupon von 10% der Marktzins um 2%-Punkte änderte.

d) Wie wirkt sich eine Veränderung der Tilgungsstruktur auf die Kursänderung aus?

Die Tilgung erfolge bei einer Laufzeit von 10 Jahren mit einem Agio zu 110%. Wie hoch ist der Marktwert der Anleihe bei einem Marktzins von 10%?

Die Tilgung erfolge bei einer Laufzeit von 10 Jahren mit einem Agio zu 110%. Wie hoch ist der Marktwert der Anleihe bei einem Marktzins von 12%?

Wandelschuldverschreibungen (convertible bonds)

... sind Anleihen einer Aktiengesellschaft, die zusätzlich zu den Gläubigerrechten das Recht einräumen,

- innerhalb einer bestimmten Wandlungsfrist
- in einem bestimmten Wandlungsverhältnis
- meist unter Zahlung eines Wandlungspreises
- die Anleihe in Aktien der betreffenden Gesellschaft umzutauschen.

Das Gläubigerrecht verfällt nach Ausübung des Wandlungsrechts; der Gläubiger wird zum Anteilseigner.

E1.2.4-1

Welche Motive könnten eine AG zur Emission von Wandelschuldverschreibungen und einen Käufer zum Erwerb selbiger bewegen?

E1.2.4-2

Die X-AG legt im Zeitpunkt t_0 eine Wandelschuldverschreibung in Höhe von 40 Mio. Euro auf. Das Wandlungsverhältnis ist 2:1 (d.h.: Eine Wandelanleihe im Nennwert von 100.000 EUR kann umgetauscht werden in Aktien zum Nennwert von 50.000 EUR).

Aktiva	Bilanz der X-AG in t_0		Passiva
Diverse Aktiva	160 Mio.	Gez. Kapital	100 Mio.
		Kapitalrücklage	5 Mio.
		Gewinnrücklagen	5 Mio.
		Sonstige Passiva	50 Mio.

Wie ändert sich die Kapitalstruktur, wenn alle Inhaber der Wandelschuldverschreibung in t_n von ihrem Wandlungsrecht Gebrauch machen?

Aktiva	Bilanz der X-AG in t_n		Passiva
Diverse Aktiva		Gez. Kapital	
		Kapitalrücklage	
		Gewinnrücklagen	
		Sonstige Passiva	

	Nach Emission der Wandelanleihe	Nach Ausübung des Wandlungsrechts
Eigenkapitalquote		
Verschuldungsgrad		

Optionsanleihen

... sind Anleihen einer Aktiengesellschaft, die dem Inhaber neben den Gläubigerrechten das Recht einräumen,

- während einer bestimmten Optionsfrist
- eine bestimmte Anzahl von Aktien der Gesellschaft
- zu einem bestimmten Kurs zu erwerben.

Dieses Zusatzrecht wird in einem Optionsschein (Warrant) verbrieft.

Der Optionsschein wird i.d.R. einige Zeit nach Emission von der Anleihe getrennt und gesondert an der Börse gehandelt.

Der Erwerber einer Optionsanleihe ist Gläubiger der AG. Bei Ausübung der Option bleibt er Gläubiger und wird Anteilseigner.

E1.2.4-3

Welche Motive könnten eine AG zur Emission von Optionsanleihen und einen Käufer zum Erwerb selbiger bewegen?

E1.2.4-4

Die Aktien der Y-AG haben einen Nennwert von 1 EUR. Die Y-AG begibt im Zeitpunkt t_0 eine Optionsanleihe im Nennwert von 40 Mio. EUR mit einem Optionsverhältnis von 2:1 und einem Optionspreis von 2 EUR je Aktie. Das Optionsverhältnis von 2:1 bedeutet: Eine Optionsanleihe im Nennwert von 100 EUR berechtigt zum Bezug von Aktien im Nennwert von 50 EUR unter Zahlung des Optionspreises (hier: 2 EUR je Aktie, also insgesamt 100 EUR).

Aktiva	Bilanz der Y-AG in t_0		Passiva
Diverse Aktiva	160 Mio.	Gez. Kapital	100 Mio.
		Kapitalrücklage	5 Mio.
		Gewinnrücklagen	5 Mio.
		Sonstige Passiva	50 Mio.

Welche Kapitalstruktur ergibt sich in t_n , wenn alle Inhaber der Optionsanleihe ihr Optionsrecht ausüben?

Aktiva	Bilanz der X-AG in t_n		Passiva
Diverse Aktiva		Gez. Kapital	
		Kapitalrücklage	
		Gewinnrücklagen	
		Sonstige Passiva	

	Nach Emission der Optionsanleihe	Nach Ausübung des Optionsrechts
Eigenkapitalquote		
Verschuldungsgrad		